



אשכול פיננסי כלכלי

כיתה י"א

יחידה שניה:

תהליכים ותופעות המתנהגים באופן מעריכי

תוכן עניינים

3	עוד על סוגי השתנות
7	השתנות מעריכית בכלכלה
9	חוזרים לאחוזים
15	תרגילים

1. יוסי קיבל מכתב מברטה דודתו העשירה החיה בארה"ב.

יוסי היקר!

כעת הגעתי לגיל 65 ואני חיה בנוחות ובאושר, וברצוני לתת לך חלק מכספי.

תוכל לבחור באחת מהאפשרויות הבאות:

אפשרות 1: אתן לך השנה \$1000, בשנה הבאה \$1100, וכו' בכל שנה \$100 יותר, מבשנה הקודמת.

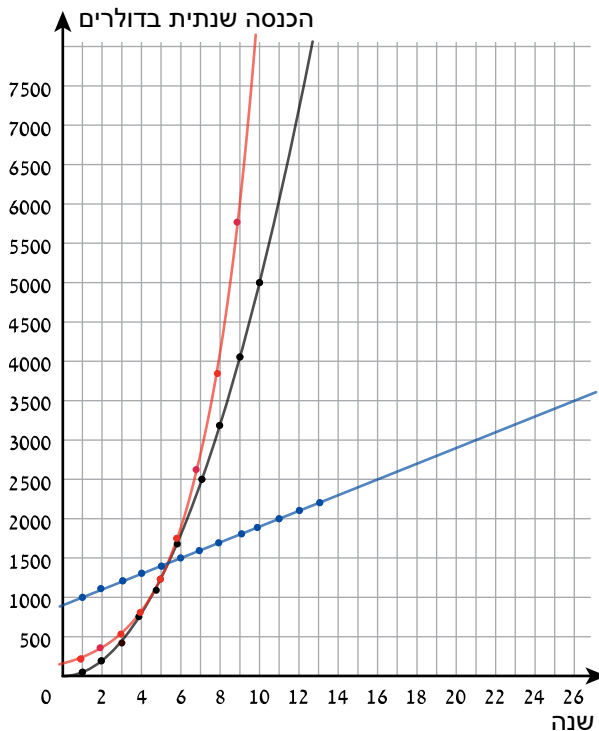
אפשרות 2: אתן לך השנה $50 \cdot 1^2$, בשנה הבאה $50 \cdot 2^2$, וכו' בכל שנה 50 כפול ריבוע השנה.

אפשרות 3: אתן לך השנה \$150, בשנה הבאה פי 1.5 מהסכום הזה, וכו' בכל שנה פי 1.5 מבשנה הקודמת.

כמובן שהסכם זה יהיה תקף כל עוד אני בחיים. הודע לי בהקדם על החלטתך.

באהבה דודה ברטה

- מה הייתם מציעים ליוסי לבחור אם הוא מתכנן ארוע מיוחד ויזדקק לכסף בשנה החמישית? הסבירו את שיקולכם.
- ומה הייתם מציעים לו לבחור אם הארוע יידחה לשנה השביעית? ואם הארוע יידחה לשנה העשירית? הסבירו.
- לפניכם הנקודות המציינות את התשלומים שיכול יוסי לקבל מדודה ברטה. כל צבע מתאים לאחת האפשרויות.



- כדי להקל על הקריאה שורטטו קווים המחברים את הנקודות המתאימות לכל אפשרות.
- התאימו כל סדרת נקודות לאפשרות המתאימה.
 - היעזרו בגרפים כדי לחשוב שנית ולנמק את עצתכם ליוסי, לגבי ארוע בשנה החמישית? השביעית? והעשירית?
 - מה ניתן לראות מהגרפים שלא ניתן לראות מההוראות?
- ד. לפניכם שלושת החוקים המתאימים לשלוש האפשרויות:

שינוי מעריכי $y = 150 \cdot 1.5^x$

שינוי ריבועי $y = 50 \cdot x^2$

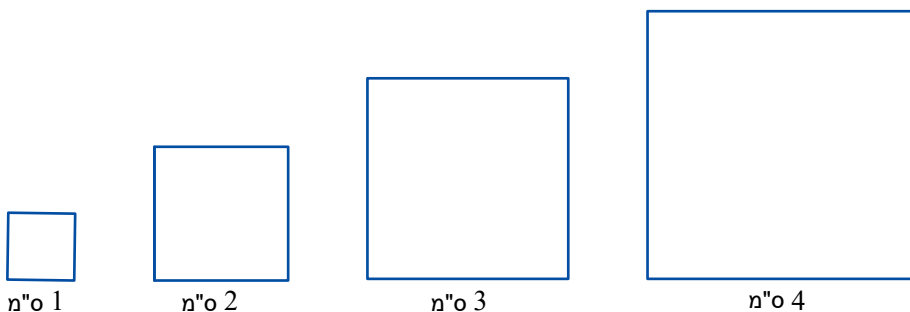
שינוי קווי $y = 900 + 100x$

התאימו לכל גרף את החוק המתאים.

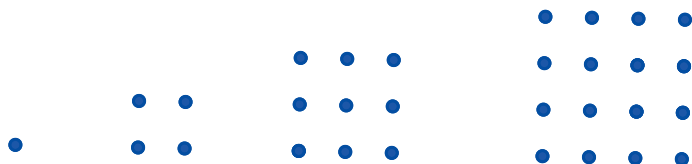
- ה. היעזרו בחוקים וחשבו איזה סכום מקסימלי יכול יוסי לקבל בשנה החמישית, ובשנה העשירית.



2. א. - רשמו מתחת לכל ריבוע את היקפו, והוסיפו עוד שני מספרים שמתאימים להיקפי הריבועים הבאים.



- תארו במילים את חוק הסדרה.
 - רשמו, באמצעות ביטוי אלגברי, את החוק המתאים לסדרה.
- ב. - רשמו מתחת לכל שרטוט את מספר הנקודות שבשרטוט והוסיפו עוד שני מספרים המתאימים לשרטוטים הבאים.

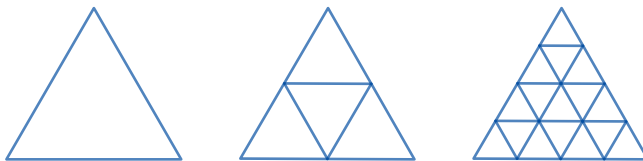


- תארו במילים את חוק הסדרה.
- רשמו, באמצעות ביטוי אלגברי, את החוק המתאים לסדרה.

ג. כל צורה מתקבלת מהצורה הקודמת לה על ידי חיבור אמצעי הצלעות של כל משולש, שנוצר בשלב הקודם.

- המשיכו את הסדרה המתארת את מספר המשולשים הקטנים הנוצרים בכל צורה:

1, 4, __, __, __, __



- תארו במילים איך מתקבל כל איבר מקודמו.

- רשמו, באמצעות ביטוי אלגברי, את החוק המתאים לסדרה.

3. א. השלימו את הטבלה כך שיתקבל שינוי קווי.

6	5	4	3	2	1
				20	10

רשמו ביטוי אלגברי מתאים.

ב. השלימו את הטבלה כך שיתקבל שינוי מעריכי.

6	5	4	3	2	1
				20	10

רשמו ביטוי אלגברי מתאים.



ג. השלימו את הטבלה כך שיתקבל שינוי קווי.

6	5	4	3	2	1
				10	20

רשמו ביטוי אלגברי מתאים.

ד. השלימו את הטבלה כך שיתקבל גידול מעריכי.

6	5	4	3	2	1
				10	20

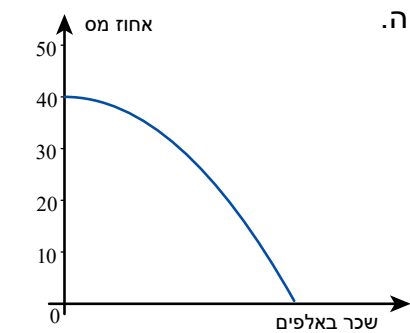
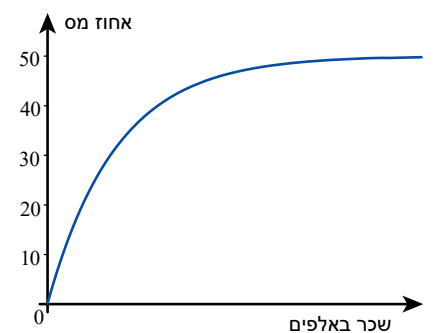
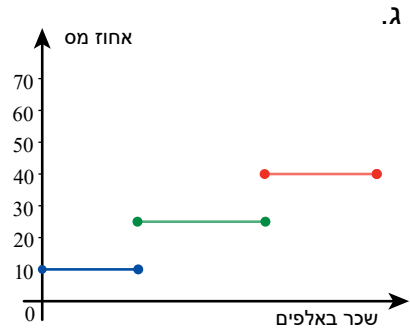
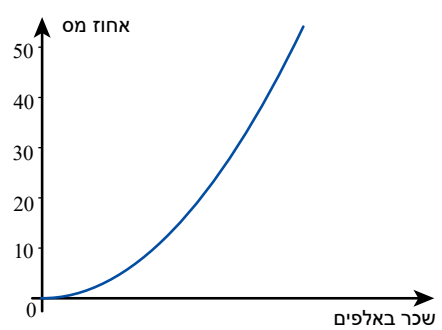
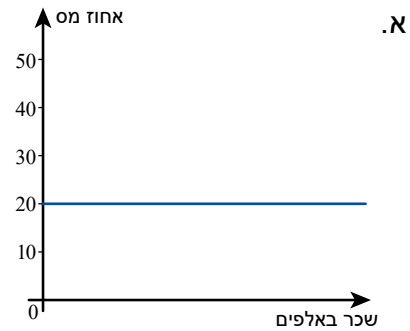
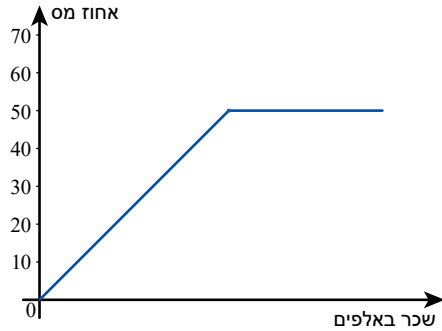
רשמו ביטוי אלגברי מתאים.



4. ברוב הארצות בעולם משלמים האזרחים מס הכנסה למדינה מתוך שכרם, תמורת שירותים שונים שמספקת המדינה.



לפניכם גרפים שונים המתארים אפשרויות שונות לגביית **אחוז מס מתוך השכר**:
 דונו באפשרויות השונות: מה המשמעות של כל אחת מאפשרויות, האם היא הגיונית? צודקת?



השתנות מעריכית בכלכלה

1. אחוז הריבוי הטבעי של התושבים במדינה מסוימת גדל כך שבכל שנה האוכלוסיה גדלה פי 1.02. בשנת 2020 היו במדינה זו 5 מיליון תושבים ז.א. השלימו את הטבלה.



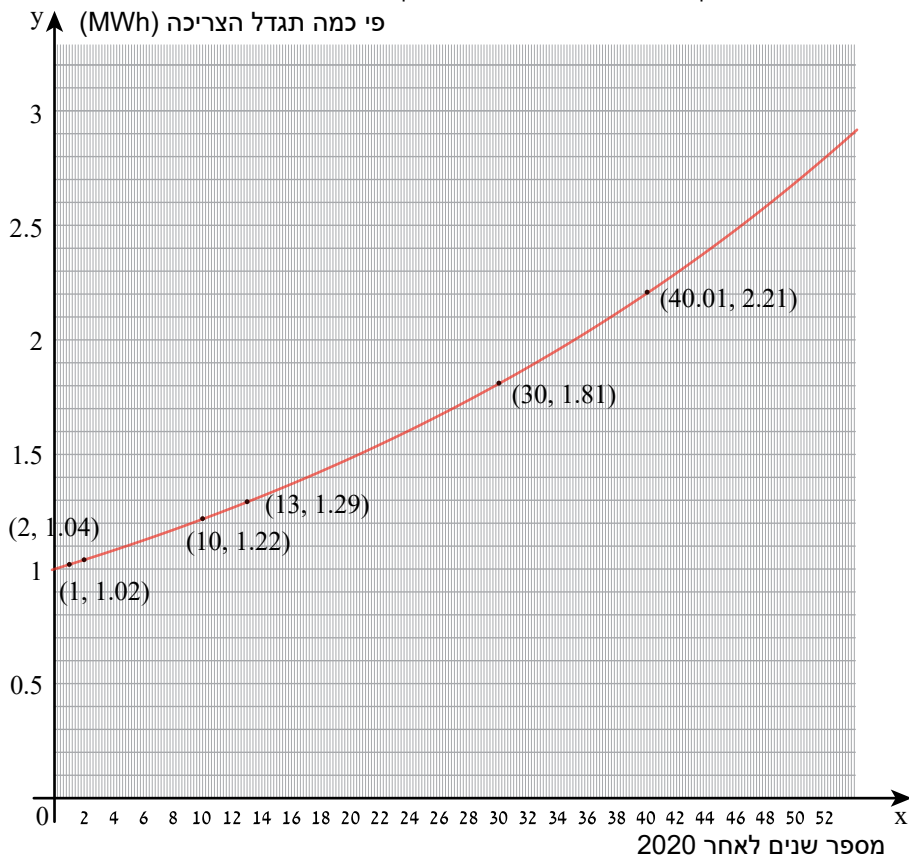
שנה	2020	2021	2022	2023	2024	2025
מספר תושבים במיליונים	5	$5 \cdot 1.02 =$	$5 \cdot 1.02^2 =$			

תזכורת: אם a_0 מייצג כמות מסוימת בתחילת תהליך של גדילה מעריכית, ובכל פעם נכפלת הכמות בגורם קבוע R , ואם a_t היא הכמות לאחר t פרקי זמן, אז:

$$a_t = a_0 \cdot R^t$$

- ב. רשמו את החוק המתאר את a_t : מספר התושבים במדינה לאחר t שנים: $a_t =$ _____
- ג. חשבו מה יהיה מספר התושבים לאחר 10 שנים? לאחר 20 שנה?
- ד. לאחר כמה שנים יהיה מספר התושבים בערך 10 מיליון? (שערו הציבו בדקו).

2. הגרף מתאר את הגידול הצפוי בצריכת החשמל במגהוואט-שעה (MWh), בישראל, החל בשנת 2020 ובשנים הבאות. (אומדן שנעשה לפי הגידול בשנים הקודמות).



- פי כמה צפויה לגדול צריכת החשמל עד לשנת 2021 (אחרי שנה)?
- פי כמה צפויה לגדול צריכת החשמל במשך השנתיים שלאחר 2020?
- האם הגידול הצפוי הוא מעריכי? הסבירו.
- רשמו את חוק הגידול.

השלימו את הטבלה ובדקו אם רשמתם חוק מתאים. (הדיוק בגרף הוא עד שתי ספרות לאחר הנקודה).

בשנת 2050	13 שנים לאחר 2020	בשנת 2022	
			פי כמה צפוי להיות הגידול לפי הגרף
			פי כמה צפוי להיות הגידול להיות לפי חישוב

חוזרים לאחוזים

3. א. בחנות למחשבים מציעים הנחה של 15% על מחשבים מסוג מסוים.
– איזה אחוז מהווה המחיר לאחר הנחה מהמחיר המקורי?
– פי כמה קטן המחיר לאחר ההנחה מהמחיר לפני ההנחה?
- ב. אורי משלם מס הכנסה של 32% ממשכורתו.
– איזה אחוז ממשכורתו אורי מקבל בפועל?
– פי כמה קטן שכרו של אורי בפועל מהמשכורת לפני תשלום המס?
- ג. מיכל קיבלה בינואר תוספת של 12% למשכורתה כבנוס על הצטיינות בעבודה.
– איזה אחוז ממשכורתה מיכל קיבלה בחודש ינואר?
– פי כמה גדול שכרה בינואר משכרה הרגיל?
- ד. במדינה מסויימת משלמים 8% מס על כל קנייה.
– איזה אחוז מהווה התשלום כולל מס, מהתשלום לפני המס?
– פי כמה גדול התשלום כולל מס מהתשלום לפני המס?
- ה. ביולי אוגוסט 2020, בזמן הסגר השני בגלל מגיפת הקורונה, הייתה ירידה של 1.2% במחירי הדירות.
– איזה אחוז היווה מחיר דירה בחודשים אלה מהמחיר בחודשים קודמים?
– פי כמה קטן המחיר החדש מהמחיר הקודם?
4. א. ענת קיבלה תוספת של 100% משכרה פי כמה גדל שכרה?
ב. אבי החליף מקום עבודה וקיבל משכורת הגדולה פי 3 ממשכורתו במקום העבודה הקודם.
בכמה אחוזים גדל שכרו?
5. דונו במשותף בשאלה הבאה:
שבוע הספר העברי בחנות ספר טוב ניתנת הנחה של 25% על כל ספר.
לפניכם שלוש דרכים לחישוב מחיר הספר שמחירו 120 ש"ח לאחר ההנחה.
- א. באמצעות התרגיל: $120 - \frac{120 \cdot 25}{100}$
ב. באמצעות התרגיל: $\frac{120 \cdot 75}{100}$
ג. באמצעות התרגיל: $0.75 \cdot 120$
הסבירו את הדרכים השונות. באיזו דרך הייתם בוחרים ומדוע?
6. סכום כסף המושקע בחברת השקעות גדל ב- 10% במשך שנה.
א. סכום של 200 ש"ח הושקע בחברה. מה היה ערכו אחרי שנה?
ב. **פי כמה** גדל ערכו של הסכום במשך השנה?
ג. אם ההשקעות בחברה יגדלו **בכל** שנה ב- 10% מה יהיה ערכו של הסכום שהושקע לאחר 3 שנים?
לאחר 4 שנים?
ד. רשמו חוק מתאים לערך הסכום y המושקע לאחר t שנים.



7. יורם השקיע 12,000 ש"ח.

- א. מה יהיה הסכום שברשותו בסוף השנה אם הריבית היא בגובה של 15%?
 ב. פי כמה גדל הסכום בכל שנה?
 ג. רשמו חוק לסכום לאחר t שנים.
 ד. מה יהיה הסכום שברשותו בסוף השנה העשירית?

8. ערכה של מכונית יורד בכל שנה במוצע ב- 9%. מחיר מכונית חדשה 120,000 ש"ח.

- א. מה יהיה ערך המכונית לאחר שנה?
 ב. פי כמה קטן ערך המכונית בכל שנה?
 ג. רשמו חוק המתאר את ערך המכונית לאחר t שנים.
 ד. מה יהיה ערך המכונית לאחר 10 שנים?

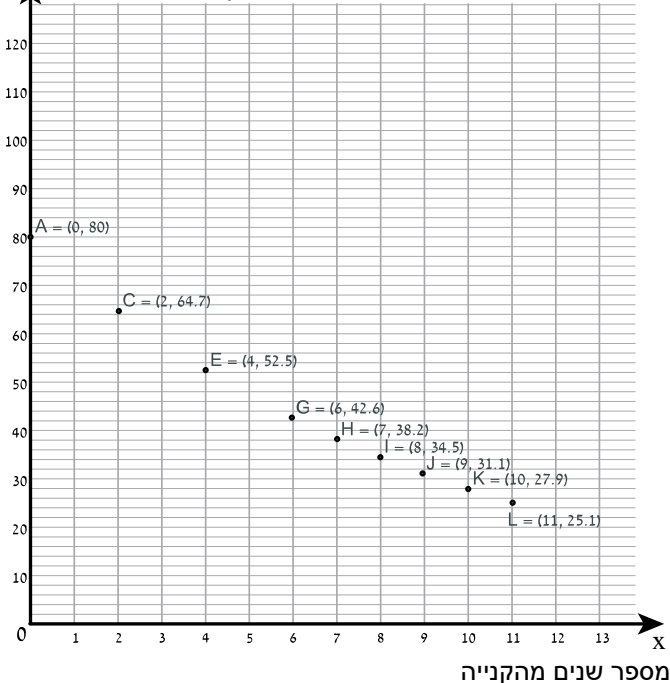
9. יעל קנתה מכונית ושלמה 80,000 ש"ח. ערך המכונית ירד בכל שנה ב- 10% מערכה בשנה הקודמת.

א. חשבו והשלימו את הטבלה:

מספר שנים מהקנייה	בעת הקנייה	בסוף שנה אחת	בסוף 64.8 אלף	בסוף שנתיים	בסוף 3 שנים	בסוף 4 שנים	בסוף 5 שנים	בסוף 6 שנים
ערך המכונית	80 אלף	___ אלף	64.8 אלף	___ אלף	___ אלף	___ אלף	___ אלף	___ אלף

ב. סמנו את הנקודות עבור הערך בסוף השנה הראשונה, השלישית והחמישית, וחברו את הנקודות לקבלת הגרף.

ערך המכונית באלפים



- ג. פי כמה ירד ערכה של המכונית בכל שנה?
 ד. רשמו חוק של פונקציה המתארת ערך המכונית y לאחר t שנים.
 ה. הציבו וחשבו מה יהיה ערך המכונית לאחר 7, 8, 9, ו-10 שנים, והשוו עם התוצאות הרשומות על הגרף.

10. תכנית חיסכון "מטמון" פרסמה דו"ח הקובע שהריבית השנתית הייתה גבוהה ולכן כל סכום שמושקע בתוכנית בשנים האחרונות גדל ב- 3% בכל שנה.



לפני עשר שנים אסף השקיע 1000 ש"ח בתוכנית מטמון.

א. פי כמה גדל הסכום בכל שנה?

ב. רשמו חוק מתאים כאשר t מתאר את הזמן שחלף מאז ההשקעה ו- M מייצג את הסכום שהצטבר.

$$M = \underline{\hspace{2cm}}$$

ג. מה הסכום שיש לו כעת לאחר 10 שנים?

11. לפי תחשיבי BDO שפורסמה בשנת 2020 (BDO - רשת עולמית של רואי חשבון), צריכת החשמל בישראל תגדל בעשור הבא ב-3.5%. בכל שנה ותגיע בשנת 2030 ל- 21,000 מגהואט.



א. לפי התחזית הזו פי כמה תגדל צריכת החשמל בכל שנה?

ב. רשמו חוק מתאים לגידול ומצאו את צריכת החשמל בישראל בשנת 2020 (a_0).

ג. לפי בנק ישראל צריכת החשמל בשנת 2030 תגיע רק ל- 17,000 מגהואט.

רשמו משוואה ונסו למצוא בקירוב באמצעות ניסויים במחשבון, פי כמה תגדל צריכת החשמל בכל שנה לפי התחזית של בנק ישראל.



בדקו מי הגיע לקירוב הטוב ביותר.

לפי הערך הקרוב ביותר שמצאתם, מצאו בכמה אחוזים תגדל צריכת החשמל בכל שנה לפי האומדן של בנק ישראל.

12. קרן "אמינות" (נסמן ב- A) מציעה לכל משקיע ריבית שנתית בשיעור של 5%, והרווח ייכנס לחשבון עובר ושב של המשקיע.

קרן "ביטחון" (נסמן ב- B) מציעה לכל משקיע ריבית שנתית בשיעור של 4%, אבל הרווח ייכנס להשקעה והריבית תחושב גם על הרווח - ריבית דריבית (גידול מעריכי).

יואב מתלבט באיזו קרן להשקיע 10,000 ש"ח.

א. השלימו את הטבלה:

אחרי 4 שנים	אחרי 3 שנים	אחרי שנתיים	אחרי שנה	
12,000	11,500	11,000	10,500	ריבית רגילה A (אמינות)
			10,200	ריבית דריבית B (ביטחון)

ב. אם יואב שוקל להשתמש בהשקעה בעוד 4 שנים באיזו קרן כדאי לו לבחור?

ג. לכל אחת משתי הקרנות רשמו חוק המתאר את גודל ההשקעה K לאחר t שנים.

ד. חשבו לפי החוקים שרשמתם:

באיזו קרן כדאי ליואב לבחור אם הוא שוקל להשתמש בהשקעה רק בעוד 12 שנים?

ואם רק בעוד 15 שנים?


13. אדם לקח הלוואה ובכל שנה הקטין את חובו ב-8%. בתחילת השנה הראשונה היה חובו לבנק 200,000 ש"ח.

- א. מה היה חובו בסוף השנה הראשונה?
- ב. פי כמה קטן החוב בכל שנה?
- ג. רשמו חוק מתאים.
- ד. מה יהיה חובו בסוף השנה השלישית? ובסוף השנה העשירית?
- ה. - בדקו לאחר כמה שנים יהיה חובו לראשונה קטן מ- 100,000 ש"ח.
- דונו בשאלה האם בשלב מסוים יהפוך חובו ל-0?
- בדקו אחרי כמה שנים יהיה חובו לראשונה קטן מ- 1000 ש"ח.
- הסבירו כיצד, למרות המסקנות הנ"ל, מסלקים חוב?



14.  דן חוסך בקופת גמל המניבה בכל שנה אחוז רווח קבוע. בתחילת שנת 2018 היו בקופת הגמל שלו 300,000 ש"ח, ובסוף שנת 2021 היו בקופה שלו 363,000 ש"ח.


- א. הציבו במשוואה $a_4 = a_0 \cdot R^t$ את הנתונים ומצאו את R. (היעזרו בנסיונות במחשבון).
- ב. מצאו בכמה אחוזים גדל הסכום בקופה בכל שנה.
- ג. מה צפוי להיות הסכום בסוף שנת 2027?

15.  הון רצה למכור את מכוניתו שנקנתה לפני 8 שנים, והסתבר לו שערכה ירד למחצית ערכה בזמן הקניה. א. פי כמה ירד ערכה של המכונית בכל שנה, אם קצב ירידת הערך הוא מעריכי? (רשמו משוואה ופתרו באמצעות נסיונות במחשבון).
ב. בכמה אחוזים ירד ערכה בכל שנה?

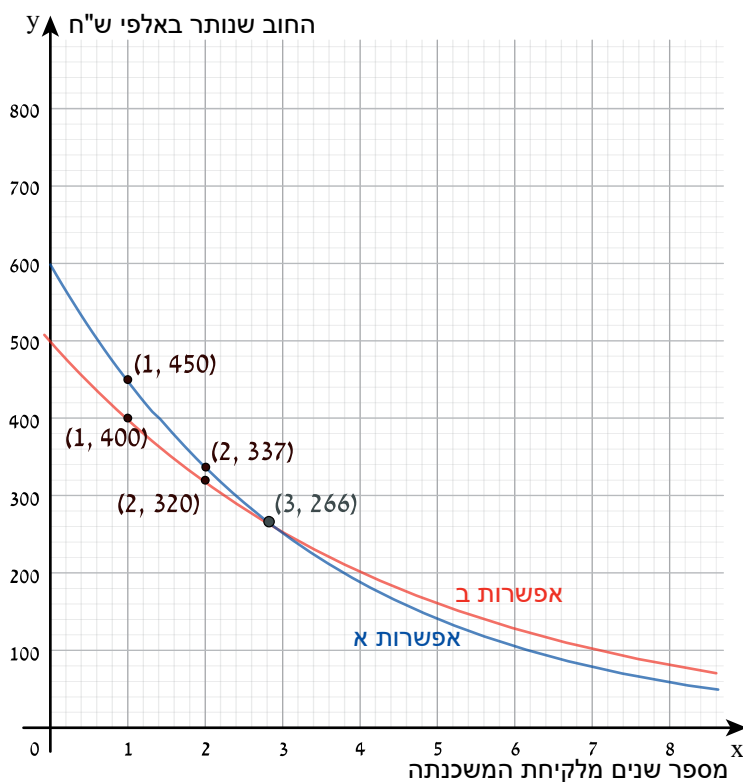
16. מחיר של אופנוע יורד בכל שנה ב-15%. מאיר התבקש לשלם 94,000 ש"ח. על אופנוע יד שנייה לאחר שנתיים של שימוש. מאיר בדק ומצא שמחירו של אופנוע חדש מאותו סוג 125,000.

- א. חשבו בדרכים שונות ובדקו אם המחיר שנדרש לשלם הוגן או מופקע.
- ב. אם יקנה את האופנוע, במחיר שהוצע לו, אחרי כמה שנים יהיה ערכו נמוך מ- 50,000 ש"ח?



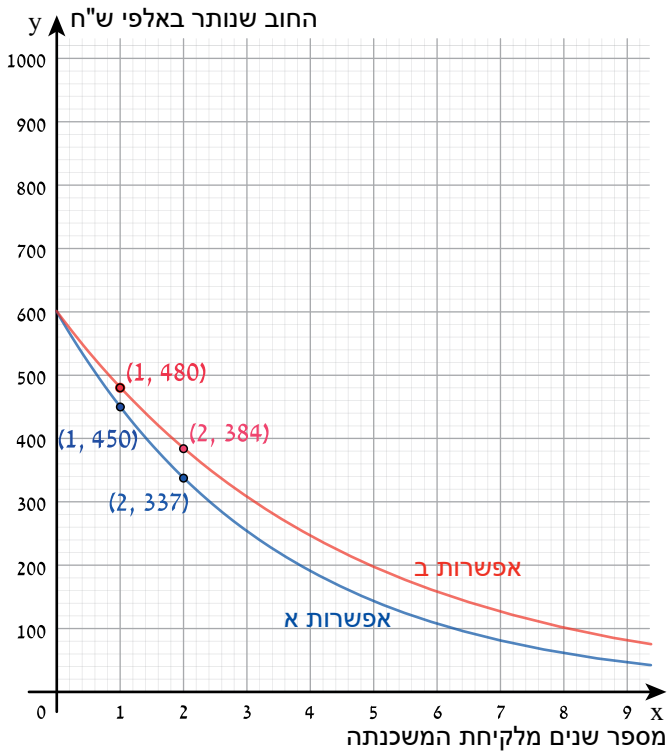
17.  מחירי מגרשים באיזור חדש עולים בכל שנה ב-12%. כיום מחיר מגרש באיזור זה הוא 500,000 ש"ח.
א. מה צפוי להיות ערך המגרש בעוד שנה?
ב. אחרי כמה שנים צפוי ערך המגרש לעלות 750,000 ש"ח?

18. משפחה שוקלת איזו משכנתא כדאי לה לקחת. לפניכם גרפים המתארים שתי האפשרויות:
 הלוואה של 600,000 ש"ח והחוב ייקטן בכל שנה ב- 25%.
 הלוואה של 500,000 והחוב ייקטן בכל שנה ב- 20%.



- דונו בשיקולים אפשריים: גובה סכום המשכנתא, גודל התשלום החודשי, הזמן עד השחרור מהמשכנתא.
- מצאו לפי הגרף אחרי כמה שנים בערך, החוב בשתי האפשרויות יהיה זהה?
- בדקו לפי הגרפים ולפי החוקים שרשמתם, אחרי כמה שנים יקטן החוב כך שהמשפחה תוכל להשתחרר מהמשכנתא, באמצעות תשלום חד-עמי, הסבירו.

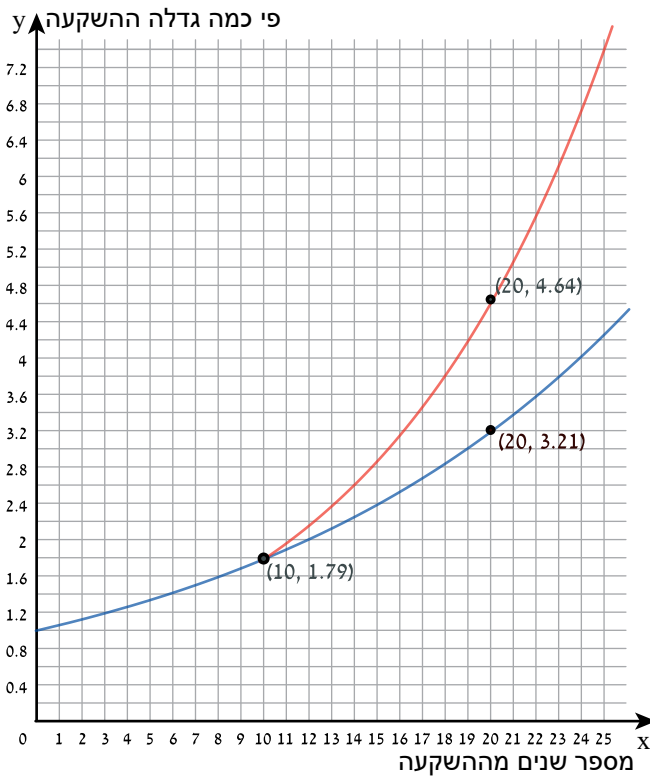
19. משפחה אחרת שוקלת איזו משכנתא כדאי לה לקחת. לפניכם גרפים המתארים את שתי האפשרויות שלה.



- א. באיזו מהאפשרויות גודל התשלום החודשי גבוה יותר?
- ב. באיזו מהאפשרויות ייקח יותר זמן להשתחרר מהמשכנתא?
- ג. מצאו פי כמה קטן החוב בכל שנה בכל אחת מהאפשרויות, ורשמו חוקים מתאימים.
- ד. מה אחוז ההקטנה של החוב בכל אחת מהאפשרויות? רשמו חוקים מתאימים.
- ה. בדקו לפי הגרפים ולפי החוקים שרשמתם, אחרי כמה שנים יקטן החוב כך שהמשפחה תוכל להשתחרר מהמשכנתא, באמצעות תשלום חד-פעמי, הסבירו.

20. פתחו את היישומון איזה מכונית לקנות ובצעו את ההוראות.

21. תוכנית חיסכון מציעה תשואה להשקעות: אם החוסך ישאיר את כספו למעלה מ-10 שנים, מובטח לו שהתשואה (הסכום שיצטבר יגדל באחוז גבוה יותר מאשר בעשר השנים הראשונות). לפניהם גרף המתאר את התשואה בתוכנית חיסכון.





- א. בכמה אחוזים צפוי הסכום לגדול בעשר השנים הראשונות?
 ב. יובל מחליט להשקיע 5000 ש"ח בתוכנית חיסכון זו. מה צפוי להיות הסכום שיצטבר לאחר 10 שנים?
 ג. היעזרו בגרף ומצאו מה צפוי להיות הסכום שיצטבר לאחר 20 שנה?
 ד. פי כמה צפוי הסכום לגדול במשך 20 שנה?
 ה. אם לא היו מעלים את התשואה לאחר 10 שנים, מה היה הצפוי להיות הסכום שיצטבר לאחר 20 שנה? (תוכלו לדייק אם תרשמו גם חוק מתאים).

תרגילים

22. מכונה בבית חרושת לגפרורים מאבדת 20% מערכה בכל שנה.
 ערכה של המכונה כיום 60,000 ש"ח.
 א. מה יהיה ערך המכונה בסוף השנה?
 ב. מה יהיה ערכה לאחר 3 שנים?
 ג. רשמו חוק המתאר את ערך המכונה לאחר t שנים.

23. כשדליה התחילה לעבוד בחברת הייטק היא קיבלה משכורת חודשית בגובה 10,000 ש"ח. הובטח לה שמשכורתה החודשית בשנה השנייה תהיה 12,000 ש"ח ושכל שנה תעלה משכורתה החודשית באותו אחוז כמו בשנה הראשונה.
- א. בכמה אחוזים תגדל משכורתה החודשית?
ב. רשמו חוק מתאים ומצאו מה תהיה משכורתה החודשית לאחר 5 שנים.

24.  יעל רוצה להשקיע 80,000 ש"ח בתוכנית חיסכון. תכנית "כדאי לחסוך" מציעה 2% תשואה לשנה. תכנית "חסוך אצלנו" מציעה תשואה של 2.5% לשנה בחמש השנים הראשונות, ובשנים הבאות 1.5%.
- א. באיזו תוכנית כדאי ליעל לבחור אם היא משערת שתצטרך לפדות את תכנית החיסכון לאחר 7 שנים?
ב. באיזו תוכנית כדאי ליעל לבחור אם היא משערת שתצטרך לפדות את תכנית החיסכון לאחר 21 שנים?

25.  לפי הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה, בסוף שנת 2020, אוכלוסיית ישראל מנתה כ- 9,291,000 תושבים. הגידול בשנה זו היה של 1.7%.
- א. כמה תושבים התווספו במהלך 2020?
ב. אריאל טען כי בקצב כזה האוכלוסיה תוכפל בעוד 40 שנה. דנה טענה שיידרשו לכך 60 שנה. מי לדעתכם צודק וכיצד תוכלו לבדוק זאת?

26. א. קצב גידול האוכלוסיה בסין בשנת 2019 היה 0.4%. ומספר התושבים היה: 1.398 מיליארד נפש (1,398,000,000 תושבים). אם קצב כזה יימשך, מה יהיה מספר התושבים בסין בשנת 2029?
ב. קצב גידול האוכלוסיה בהודו בשנת 2016 היה 1%. ומספר התושבים היה: 1.366 מיליארד נפש (1,366,000,000 תושבים). אם קצב כזה יימשך, האם בשנת 2029 יהיה מספר התושבים בהודו גדול מזה שבסין?